Parseo y Generación de Código – 2$^{\text{do}}$ semestre 2019
Licenciatura en Informática con Orientación en Desarrollo de Software
Universidad Nacional de Quilmes

Práctica 1
Gramáticas independientes del contexto

Ejercicio 1. Definir una gramática en el alfabeto $\Sigma = \{(,)\}$ que genere el lenguaje L de las cadenas de paréntesis balanceados. Por ejemplo, $(())() \in L$ pero $)(\notin L$.

Ejercicio 2. Si x es un símbolo del alfabeto, notamos $|\alpha|_x$ a la cantidad de apariciones del símbolo x en la palabra α. Definir gramáticas en el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$ que generen los siguientes lenguajes:

1. $\{\alpha :$ existe un símbolo $x \in \Sigma$ y palabras $\beta, \gamma \in \Sigma^\star$ tales que $\alpha = x\beta$ y $\alpha = \gamma x\}$ = "palabras que empiezan y terminan con el mismo símbolo".
2. $\{\alpha : |\alpha|$ es par$\}$ = "palabras de longitud par".
3. $\{\alpha : |\alpha|_0 = 0\}$ = "palabras que no tienen 0s".
4. $\{\alpha : |\alpha|_0 = 1\}$ = "palabras que tienen exactamente un 0".
   Dar una derivación más a la izquierda para la cadena 1011.
   Dar una derivación más a la derecha para la misma cadena.
5. (Difícil). $\{\alpha : |\alpha|_0 = |\alpha|_1\}$ = "palabras que tienen igual cantidad de 0s que de 1s".
   Dar una derivación más a la izquierda para la cadena 001101.
   Dar una derivación más a la derecha para la misma cadena.
6. $\{\alpha : \alpha = 0^n 1^m$ con $n, m \geq 0\}$ = "0s seguidos de 1s".
7. $\{\alpha : \alpha = 0^n 1^n$ con $n = m\}$ = "0s seguidos de 1s, con igual cantidad de 0s y 1s".
8. $\{\alpha : \alpha = 0^n 1^m$ con $m > n \geq 0\}$ = "0s seguidos de 1s, con más 1s que 0s".
   Dar una derivación más a la izquierda para la cadena 001111.
   Dar una derivación más a la derecha para la misma cadena.
9. $\{\alpha : \alpha = 0^n 1^m$ con $n \neq m\}$ = "0s seguidos de 1s, con distinta cantidad de 1s que 0s".

Ejercicio 3. Considerar la gramática dada por el conjunto de símbolos terminales $\{\textbf{if}, \textbf{then}, \textbf{else}, \textbf{cmd}, \textbf{exp}\}$, el conjunto de símbolos no terminales $N = \{S, E\}$, donde S es el símbolo inicial, y las producciones siguientes:

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & \textbf{if}\ E\ \textbf{then}\ S \ \mid\ \textbf{if}\ E\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S \ \mid\ \textbf{cmd} \\ E & \rightarrow & \textbf{exp} \end{array}$$

1. Dar dos derivaciones para la cadena **if exp then cmd**.

2. ¿Las dos derivaciones dadas en el ítem 1. son más a la izquierda?

3. ¿Se pueden dar dos derivaciones más a la izquierda para la cadena **if exp then cmd**?

4. Dar dos derivaciones más a la izquierda para la cadena:

if exp then if exp then cmd else cmd

En esta gramática hay cadenas que se pueden derivar usando dos derivaciones más a la izquierda distintas. Cuando pasa esto, se dice que la gramática es *ambigua*. La ambigüedad en la gramática de arriba se conoce como problema del *dangling else*.

Ejercicio 4. Considerar una variante de la gramática del ejercicio anterior, dada por el conjunto de símbolos terminales $\{\mathbf{if}, \mathbf{then}, \mathbf{else}, \mathbf{cmd}, \mathbf{exp}, \mathbf{end}\}$, el conjunto de símbolos no terminales $N = \{S, E\}$, donde S es el símbolo inicial, y las producciones siguientes:

$$\begin{array}{lcl} S & \to & \mathbf{if}\ E\ \mathbf{then}\ S\ \mathbf{end} \mid \mathbf{if}\ E\ \mathbf{then}\ S\ \mathbf{else}\ S\ \mathbf{end} \mid \mathbf{cmd} \\ E & \to & \mathbf{exp} \end{array}$$

Dar una derivación más a la izquierda para las siguientes cadenas, y justificar en cada caso por qué esa es la única derivación más a la izquierda posible:

1. **if exp then if exp then cmd end else cmd end**

2. **if exp then if exp then cmd else cmd end end**

Ejercicio 5. Considerar la gramática dada por el conjunto de símbolos terminales $\{\mathbf{num}, +, *\}$, el conjunto de símbolos no terminales $N = \{E\}$, donde E es el símbolo inicial, y las siguientes producciones:

$$E \to \mathbf{num} \mid E + E \mid E * E$$

1. Mostrar que la gramática es ambigua dando dos derivaciones más a la izquierda para la cadena $\mathbf{num} + \mathbf{num} * \mathbf{num}$.

2. Dar una única derivación más a la izquierda para la cadena $\mathbf{num} + \mathbf{num} * \mathbf{num}$ en la siguiente variante de la gramática, y justificar que esta es la única derivación más a la izquierda posible:

$$\begin{array}{lcl} E & \to & T \mid T + E \\ T & \to & \mathbf{num} \mid \mathbf{num} * T \end{array}$$

Ejercicio 6. Dar una gramática en el siguiente alfabeto:

$$[\qquad] \qquad , \qquad \mathbf{a}$$

que genere el lenguaje de las listas:

$$[\,] \qquad [\mathbf{a}] \qquad [\mathbf{a},\mathbf{a}] \qquad [\mathbf{a},\mathbf{a},\mathbf{a}] \qquad [\mathbf{a},\mathbf{a},\mathbf{a},\mathbf{a}] \qquad \ldots$$

Ejercicio 7. ¿Qué lenguajes generan las siguientes gramáticas?

1. $\Sigma = \{0,1\}$, $N = \{S, A\}$, símbolo inicial: S, producciones:

$$\begin{array}{lcl} S & \to & 0S0 \mid 0A0 \\ A & \to & 1 \mid 1A \end{array}$$

2. $\Sigma = \{0,1\}$, $N = \{S, A, B\}$, símbolo inicial: S, producciones:

$$\begin{array}{lcl} S & \to & AB \\ A & \to & 0A \mid 1A \\ B & \to & 0A0 \mid 1A1 \end{array}$$

3. $\Sigma = \{0,1\}$, $N = \{S, A\}$, símbolo inicial: S, producciones:

$$\begin{array}{lcl} S & \to & A0A0A \\ A & \to & 0A \mid 1A \mid \epsilon \end{array}$$

4. $\Sigma = \{\mathbf{a}, +, *\}$, $N = \{S\}$, símbolo inicial: S, producciones:

$$S \quad \to \quad \mathbf{a} \mid SS+ \mid SS*$$

   Dar una derivación de $\mathbf{a}\ \mathbf{a} + \mathbf{a}\ \mathbf{a} + *$.

5. $\Sigma = \{\mathbf{a}, +, *\}$, $N = \{S\}$, símbolo inicial: S, producciones:

$$S \quad \to \quad \mathbf{a} \mid +SS \mid *SS$$

   Dar una derivación de $*\mathbf{a} * \mathbf{a} + \mathbf{aa}$.